

Méthode du hessien classique

(Pour des contraintes d'égalité)

D^2L	Conclusion
Semi def > 0 $\forall X, \forall \lambda$	On a un minimum global en tous les points candidats.
Semi def < 0 $\forall X, \forall \lambda$	On a un maximum global en tous les points candidats.
Semi def > 0 $\forall X$ pour λ^* fixé	On a un minimum global en tous les points candidats associés à λ^* .
Semi def < 0 $\forall X$ pour λ^* fixé	On a un maximum global en tous les points candidats associés à λ^* .
Def > 0 en X^* et λ^* fixé	Au point candidat X^* on a un minimum local.
Def < 0 en X^* et λ^* fixé	Au point candidat X^* on a un maximum local.
Sinon	Faire le hessien bordé ou la méthode des directions.

Méthode du hessien bordé

Le hessien bordé se calcule en un point candidat, les résultats sont donc forcément locaux.

On considère ici un problème d'optimisation **sous contrainte d'égalité**.

On notera n le nombre de variables du problème.

On notera p le nombres de contraintes d'égalité.

<i>Hessien bordé</i>	Conclusion
Les $n-p$ derniers mineurs diagonaux principaux alternent de signe. Le dernier étant du signe de $(-1)^n$	Au point candidat, on a un maximum local.
Les $n-p$ derniers mineurs diagonaux principaux sont tous du signe de $(-1)^p$	Au point candidat, on a un minimum local.
Il existe un des $n-p$ derniers mineurs diagonaux principaux qui est $\neq 0$ et qui ne respecte pas l'un des cas précédents.	Le point candidat est un point selle.

Equation homogène

Il faut d'abord résoudre l'équation caractéristique.

Racine	Multiplicité	Solution
$\lambda \in R$	1	$a.\lambda^n$
"	2	$(a + b.n) .\lambda^n$
"	3	$(a + b.n + c.n^2) .\lambda^n$
$\lambda \in C$ $\lambda = \rho e^{i\theta}$	1	$\rho^n (a. \cos(n\theta) + b. \sin(n\theta))$

Où a,b,c sont des paramètres réels qui dépendent des conditions initiales.

La solution de l'équation homogène est la somme des différentes solutions.

Ainsi si on a une équation caractéristique de degré 3 avec λ_1 de multiplicité 1 et λ_2 de multiplicité 2 alors, la solution de l'équation homogène sera du type:

$$a_1.\lambda_1^n + (a_2 + b_2.n) .\lambda_2^n$$

Solution particulière

Il faut tout d'abord "couper" le second membre en morceaux connus.

Ensuite la solution particulière sera la somme des différentes solutions particulières des morceaux connus.

Type du 2nd membre	Multiplicité dans equation caractéristique	Type de la solution particulière
Polynôme de degré p $P(n)$	Soit α la mult.de 1 (si 1 pas racine alors $\alpha = 0$)	$n^\alpha.Q(n)$ où Q est un polynôme de degré p
Exponentiel $C.\delta^n$	Soit α la mult.de δ (si δ pas racine alors $\alpha = 0$)	$c.n^\alpha.\delta^n$ où c est une constante